

Control estadístico de procesos en presencia de autocorrelación: Aplicación de gráficas de residuales de modelos de series de tiempo

Palabras claves: autocorrelación, falsas alarmas, gráficas de control basadas en residuales, Holt, I-MR

Keywords: autocorrelation, I-MR, false alarms, Holt, residuals control charts

Investigaciones UCA
2021 - 2022
Memoria bienal
Año 2, Vol. 2
Agosto 2023
p (166-173)
e-ISSN: 2789-4061

Statistical process control in presence of autocorrelation: application of time series residual control charts

<https://doi.org/10.51378/iuca.v1i2.7767>

Diana Carolina Cruz de Bustillo

Maestra en calidad, confiabilidad e ingeniería estadística,
Maestra en administración de empresas,
directora de la Maestría en Gerencia y mantenimiento industrial,
profesora asociada del Departamento de Operaciones y Sistemas,
Universidad Centroamericana José Simeón Cañas, UCA, El Salvador.
dcruz@uca.edu.sv
ORCID: 0000-0002-2731-9455

Fernando José Gómez Paredes

Doctor en ingeniería de la producción,
profesor asociado del Departamento de Operaciones y Sistemas,
Universidad Centroamericana José Simeón Cañas, UCA, El Salvador.
fgomez@uca.edu.sv
ORCID: 0000-0002-8465-943X

Introducción

El control estadístico de procesos (CEP) es el uso de técnicas estadísticas que permiten alcanzar la estabilidad de los procesos y mejorar la capacidad de los mismos mediante el monitoreo y la reducción sistemática de su variabilidad (Munro, 2015). Una de las herramientas más importantes de CEP son las gráficas de control, que consisten en representaciones gráficas de una o varias características de calidad de un proceso que permiten distinguir cómo está(s) se comporta(n) a lo largo del tiempo (Seoh *et al.*, 2021)

Las gráficas de control pueden utilizarse para monitorear variables cuantitativas o atributos. No obstante, existen situaciones en las que la muestra que es factible recolectar es unitaria y que se recomienda utilizar la gráfica de valores individuales (conocida como I), donde cada medición particular de la variable que se desea analizar se registra en una gráfica. Esta puede acompañarse de una gráfica del rango móvil (conocida como MR) entre dos observaciones sucesivas para poder detectar cambios en la dispersión del proceso (Pulido, 2013).

Las gráficas I-MR idealmente requieren que las observaciones provengan de una distribución normal y que no exista auto correlación en los datos (Montgomery,2020). La violación de uno o ambos supuestos genera límites de control inadecuados lo cual deriva en una mayor cantidad de falsas alarmas (Montgomery,2020), (Ellison,2010) y se traduce en un mal desempeño de la gráfica de control para el monitoreo de los procesos. Ante desviaciones de la normalidad se pueden realizar transformaciones en los datos (Montgomery,2020), o hacer uso de gráficas no paramétricas (Ellison,2010). Por otra parte, ante datos con una auto correlación relevante, pueden utilizarse gráficas con límites modificados o modelos de series de tiempo y elaborar gráficas de control de sus residuales (Montgomery,2020), (Peñabaena,2013).

Diana Carolina Cruz de Bustillo, Fernando José Gómez Paredes

Control estadístico de procesos en presencia de autocorrelación: Aplicación de gráficas de residuales de modelos de series de tiempo

Investigaciones UCA
2021 - 2022
Memoria bienal
Año 2, Vol. 2
Agosto 2023
p (166-173)
e-ISSN: 2789-4061

Objetivo

Presentar un caso de aplicación de control estadístico de procesos en datos no estacionarios y auto correlacionados provenientes de un proceso de fabricación de alimento peletizado para aves de engorde.

Metodología

Para la aplicación del CEP en el proceso bajo estudio, se siguieron los pasos recomendados por Evans (2015). A continuación, se detalla cada uno de los mismos.

Preparación de los datos

La empresa donde se originaron los datos es salvadoreña y se dedica a la fabricación de alimentos balanceados para animales. Posee un volumen de producción total superior a los 100,000 quintales mensuales. De sus productos, el alimento peletizado es el segundo más importante por su volumen de producción (Barrera et. al 2021). En dicho producto, la humedad que se introduce juega un papel importante en la cantidad de producto no conforme, dado que bajas humedades generan condensación y hongos en el empaque. (Barrera et. al 2021). El presente estudio aplica el CEP en dicha variable.

Recopilación de los datos

En vista de limitantes de tiempo disponible para la recolección de datos, se definió capturar información por un total de diez días, con un mínimo de una muestra por lote, tomada a intervalos de una hora. Las lecturas se realizaron con analizadores de humedad OHAUS MB120. (Barrera et. al 2021).

Desarrollo de gráficas de control iniciales.

Inicialmente se elaboró una gráfica de control I-MR, usando las ecuaciones 1, 2 y 3:

$$\text{Límite de control inferior (LIC): } \bar{X} - 3(R/1.128) \quad (\text{Ec.1})$$

$$\text{Límite de control central (LCC): } \bar{X} \quad (\text{Ec.2})$$

$$\text{Límite de control superior(LCS): } \bar{X} + 3(R/1.128) \quad (\text{Ec.3})$$

Donde, X :promedio de todas las observaciones

R :promedio de los rangos móviles de orden 2

Diana Carolina Cruz de
Bustillo, Fernando José
Gómez Paredes

Control estadístico de
procesos en presencia de
autocorrelación: Aplicación
de gráficas de residuales
de modelos de series de
tiempo

Investigaciones UCA
2021 - 2022
Memoria bienal
Año 2, Vol. 2
Agosto 2023
p (166-173)
e-ISSN: 2789-4061

Se identificaron los puntos detectados como observaciones fuera de control y se cotejaron con las bitácoras de producción para determinar si eran falsas alarmas.

Análisis de las gráficas de control

Para analizar los resultados de las gráficas I-MR, se procedió a verificar los supuestos de normalidad e independencia de los datos mediante la prueba de Anderson Darling, y su gráfica de la función de autocorrelación. En ambos casos, se consideró un valor de significancia del 5%.

Propuesta de gráficas para control continuo

Se propuso realizar una gráfica de control a partir de los errores de un modelo ARIMA, verificando la adecuación del mismo al revisar que el valor p asociado a sus términos fueran significativos. Para la gráfica de control usando el modelo de Holt, se elaboró la gráfica propuesta por Croux et. al (2007) utilizando las ecuaciones:

$$S^2 = t = m + 1 \text{ net } 2n - m \quad (\text{Ec.4})$$

Donde:

e: error (residual) del pronóstico del periodo t

n: longitud del periodo de prueba

m: longitud del periodo de arranque

$$\text{Límite de control superior (LCS)} = Z_{\alpha/2} * S \quad (\text{Ec.5})$$

$$\text{Límite de control inferior (LCI)} = -Z_{\alpha/2} * S \quad (\text{Ec.6})$$

Para ello se definió un periodo de arranque (m) de cinco observaciones y un periodo de prueba (n) de veintiocho observaciones. Para estimar los valores iniciales de las ecuaciones recursivas en el periodo cinco, se ajustó una recta de regresión lineal. A partir de tales valores iniciales, se utilizaron las ecuaciones recursivas del método Holt :

$$L_t = Y_{t+1} - (L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (\text{Ec.7})$$

$$T_t = T_{t-1} + 1 - (L_t - L_{t-1}) \quad (\text{Ec.8})$$

$$Y_t = (L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (\text{Ec.9})$$

Donde L_t : nuevo valor suavizado (estimado del nivel actual)

α : constante de suavización para el nivel ($0 < \alpha < 1$)

T_t : nuevo valor suavizado D (estimado del nivel actual)

α : constante de suavización para el nivel ($0 < \alpha < 1$)

Con valores de $\alpha = 0.2$ y $\beta = 0.2$ para obtener pronósticos preliminares. Posteriormente, se optimizaron las constantes de suavización. Luego, se calcularon los pronósticos haciendo uso de las constantes optimizadas y las ecuaciones de Holt.

A continuación, se calculó el MAPE de los pronósticos y se procedió a verificar la adecuación del modelo a través del análisis de sus residuales. la normalidad se verificó con una prueba de Anderson Darling, la homocedasticidad a través de una gráfica de residuales vs. valores ajustados y la independencia con las gráficas funciones de auto correlación (total y parcial).

Diana Carolina Cruz de Bustillo, Fernando José Gómez Paredes

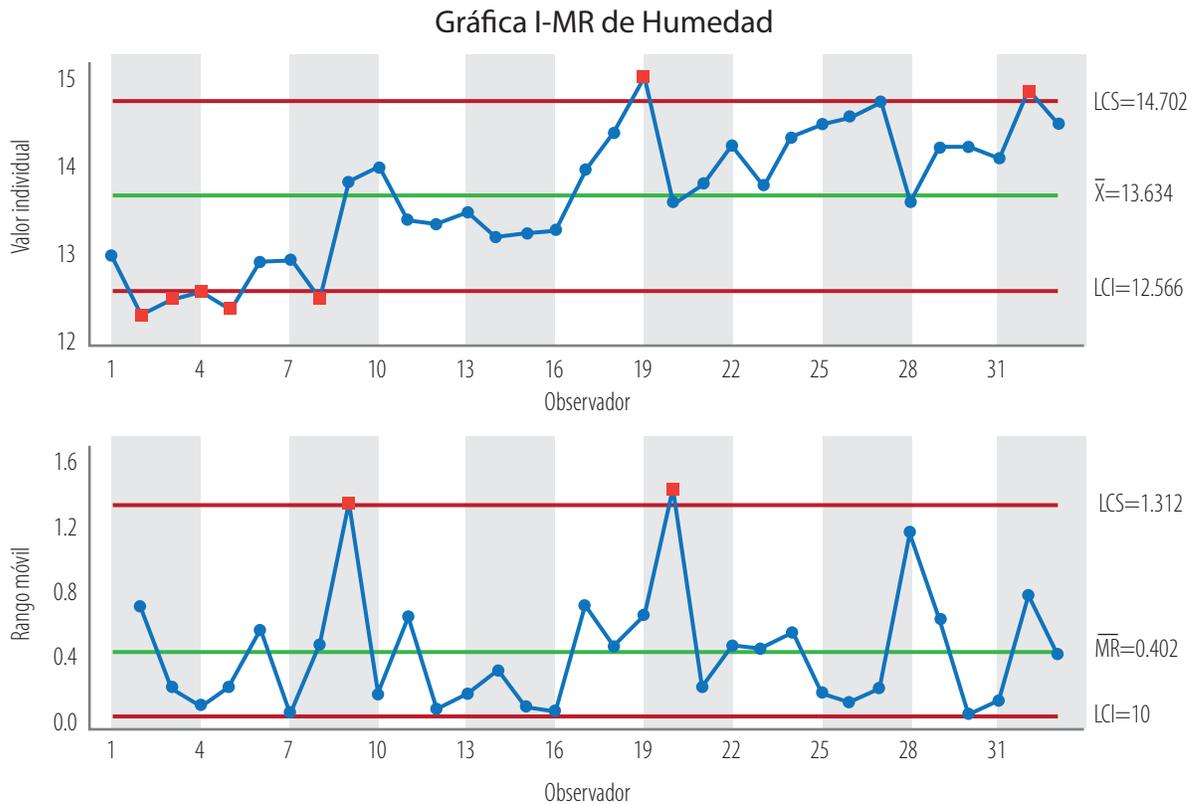
Control estadístico de procesos en presencia de autocorrelación: Aplicación de gráficas de residuales de modelos de series de tiempo

Investigaciones UCA 2021 - 2022 Memoria bienal Año 2, Vol. 2 Agosto 2023 p (166-173) e-ISSN: 2789-4061

Resultados

La Fig. 1 corresponde a la primera gráfica de control elaborada a partir de los datos de humedad. En ella se observan múltiples observaciones cercanas a los límites de control y varias fuera de los límites de control. Al revisar las bitácoras de los datos, se determinó que, de las diez alarmas indicadas por la gráfica, únicamente dos correspondían a verdaderas causas especiales de variación.

Figura 1
Gráfica I-MR humedad de salida en acondicionadores



Fuente: Elaboración propia (2022).

Se confirmó la normalidad de los datos (P-Valor =0.342) y se determinó que los datos no eran independientes, ya que existía una auto correlación moderada en el primer desfase ($\rho_1 = 0.71$). Así mismo se determinó que la serie no era estacionaria, en vista de que las auto correlaciones no se extinguen rápidamente. Esto explicaría el alto porcentaje de falsas alarmas (70%) en la Fig. 1.

Diana Carolina Cruz de
Bustillo, Fernando José
Gómez Paredes

Control estadístico de
procesos en presencia de
autocorrelación: Aplicación
de gráficas de residuales
de modelos de series de
tiempo

Investigaciones UCA
2021 - 2022
Memoria bienal
Año 2, Vol. 2
Agosto 2023
p (166-173)
e-ISSN: 2789-4061

La prueba de Dicker Fulley confirmó la falta de estacionariedad (p -valor =0.056). Ante este comportamiento, se determinó que sería necesario diferenciar antes de ajustar un modelo ARIMA que fuera adecuado. Mediante el análisis de las gráficas de autocorrelación, auto correlación parcial, y el Modelador Experto de SPSS © se confirmó que el mejor modelo era ARIMA (0,1,0) o modelo tipo paseo aleatorio de primer orden, con forma $Y_t = Y_{t-1} + 0.046$. No obstante, el término constante no resultó ser significativo (p -valor =0.64).

En vista de los anterior y confirmada la tendencia de los datos, se pronosticó mediante Holt. Para este modelo, los valores iniciales de nivel y tendencia se obtuvieron por una regresión lineal de los primero cinco datos. Los valores óptimos de las constantes de suavización obtenidos fueron $\alpha =0.45098$ y $\beta=0.09978$, con los cuales se re calcularon los valores de nivel, tendencia y pronósticos con las respectivas ecuaciones recursivas del método HOLT. El error medio porcentual asociado a los nuevos pronósticos fue de 2.76%, y se interpretó como un nivel bajo de error y la prueba de Anderson Darling indicó que la normalidad de los residuales no se podía descartar (p -valor = 0.103).

Asimismo, no se identificaron violaciones significativas al supuesto de varianza constante de los residuales, al no apreciarse ningún patrón o concentración importante de los mismos ante diferentes valores estimados. Finalmente, se verificó el cumplimiento del supuesto de independencia de los residuales mediante el examen de las gráficas de autocorrelación y autocorrelación parcial de los residuales.

Ante el bajo porcentaje de error del modelo (MAPE de 2.65%) y el cumplimiento de los supuestos de los residuales, se procedió a construir la gráfica de control propuesta por Croux et. Al (2007). La Tabla 1 muestra el resumen de los datos utilizados y los límites de control resultante.

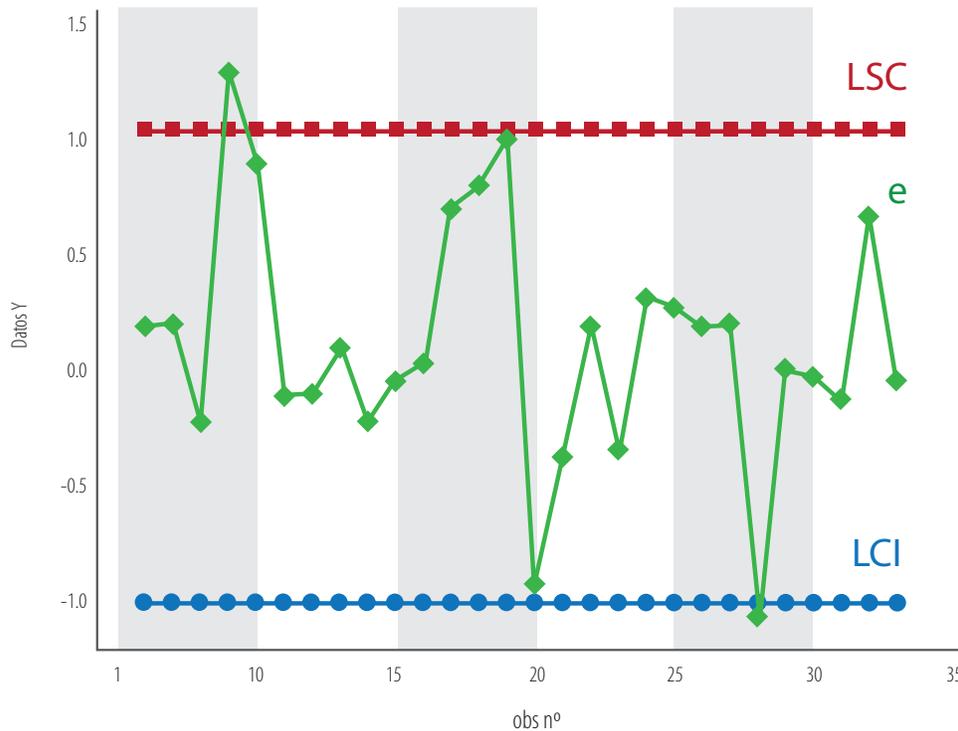
Tabla 1
Datos y límites de control

Parámetro	Valor calculado	Observaciones de cálculo
S_2	0.278	Se consideró $m=33$, $n=5$.
$Z_{\alpha/2}$	1.96	Se trabajo con un nivel de confianza del 95%
LCL	-1.03355	
LCS	1.03355	

Fuente: Elaboración propia,2022

Se procedió a elaborar la gráfica de control de los residuales con los límites previamente definidos (Fig. 2). Nótese como no se incluyen los valores uno al cinco dado que estos no se consideran en el cálculo de los pronósticos. Esta gráfica señala únicamente tres observaciones fuera de control, de las cuales dos corresponden a falsas alarmas. No se observa que buena parte de los datos esté cerca de los límites de control, como en la gráfica I-MR inicial.

Figura 2
Gráfica de control basada en residuales



Diana Carolina Cruz de Bustillo, Fernando José Gómez Paredes

Control estadístico de procesos en presencia de autocorrelación: Aplicación de gráficas de residuales de modelos de series de tiempo

Investigaciones UCA
2021 - 2022
Memoria bienal
Año 2, Vol. 2
Agosto 2023
p (166-173)
e-ISSN: 2789-4061

Fuente: Elaboración propia, 2022

Conclusiones

Para realizar el control estadístico de datos auto correlacionados, es necesario utilizar gráficas alternativas a las tradicionales gráficas de Shewhart. Entre ellas, se encuentra la gráfica de control basada en residuales de un modelo Holt. Con base en la comparación de dicha gráfica con una gráfica I-MR, la gráfica de control basada en residuales del modelo Holt resultó ser robusta ante la presencia de autocorrelación moderada en los datos ya que redujo la cantidad de falsas alarmas, sin comprometer su capacidad de detectar la presencia de causas especiales de variación.

Se recomienda a los gestores de calidad de los procesos que se verifiquen la normalidad e independencia de los datos previo a la construcción y uso de una gráfica de control a fin de evitar la pérdida de tiempo asociada a la investigación de causas espurias. El uso de gráficas de residuales usando el método de Holt es una alternativa cuando los datos presenten tendencia y estén auto correlacionados. Esta gráfica requiere menos esfuerzo de modelado que el uso tradicional de modelos ARIMA. Futuras investigaciones podrían explorar el uso de otros modelos para pronosticar series de tiempo y su desempeño al incorporarlas a gráficas de control.

Diana Carolina Cruz de Bustillo, Fernando José Gómez Paredes

Control estadístico de procesos en presencia de autocorrelación: Aplicación de gráficas de residuales de modelos de series de tiempo

Investigaciones UCA
2021 - 2022
Memoria bienal
Año 2, Vol. 2
Agosto 2023
p (166-173)
e-ISSN: 2789-4061

Referencias

- Abdulhafedh, Azad. (2017). How to Detect and Remove Temporal Autocorrelation in Vehicular Crash Data. *Journal of Transportation Technologies*. 7. 133-147. 10.4236/jtts.2017.72010.
- A., R., & Munro, P. (2015). *The Certified Six Sigma Green Belt Handbook, Second Edition* (2nd ed.) [E-book]. American Society for Quality.
- Barrera,A.Belismelis,J.Montano, O.(2021) Aplicación de LeanSix Sigma en una empresa agroindustrial.Tesis de fin de master,Universidad Centroamericana José SimeónCañas],<http://abaco.uca.edu.sv>
- Croux, C; Gelper, S;Fried, R.(2007) Robust Forecasting with Exponential and Holt-Winters Smoothing . Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1089403> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1089403>
- Demirkol, S. (2008). Comparison of Control Charts for Autocorrelated Data.Disertación doctoral. Universidad Dokuz Eylul.
- Evans, J. R., Lindsay, W. M., A. Velázquez Arellano Jorge, Luis Núñez Herrejón José, & Díaz Haaz Guillermo. (2015). *Administración y control de la calidad*. Cengage Learning.
- Ellison, A.(2017). Implementing SPC for non-normal processes with the I-MR chart. [Disertación de fin de master, Real Instituto de Tecnología, Suecia], DiVa Portal.
- Hanke, J. E., Wichern, D. W., & P. Enríquez Brito Antonio. (2010). *Pronósticos en los negocios*. Pearson Educación.
- J.C. Benneyan, R.C. Lloyd, P.E. Plsek,(2003) Statistical process control as a tool for research and healthcare improvement *BMJ Qual. Saf.* 12, 458 - 464
- Kamranrad, R., Amiri, A. (2016). Robust Holt-Winter Based Control Chart for Monitoring Autocorrelated Simple Linear Profiles With Contaminated Data. *Scientia Iranica*, 23(3), 1345-1354. doi: 10.24200/sci.2016.3902
- Kovarik, Martin & Sarga, Libor & Klímek, Petr. (2015). Usage of control charts for time series analysis in financial management. *Journal of Business Economics and Management*. 16. 138-158. 10.3846/16111699.2012.732106.
- Kurtulus, A., Goossens, D., & Van Bulck, D. (2020). *Control charts for monitoring processes with autocorrelated data*. Tesis de fin de master,Universidad de Gante. <https://lib.ugent.be/nl/catalog/rug01:002837850>
- Minitab LCC. (2020). *Data considerations for I-MR-R/S Chart - Minitab*. (C) Minitab, LLC. All Rights Reserved. 2022. Recuperado Abril 16, 2022, de <https://support.minitab.com/en-us/minitab/19/help-and-how-to/quality-and-process-improvement/control-charts/how-to/variables-charts-for-subgroups/i-mr-r-s-chart/before-you-start/data-considerations/>
- Montgomery, D. C. (2020). *Introduction to Statistical Quality Control* (8th ed.) [E-book]. Wiley.

- Münz, G., & Carle, G. (2008). Application of Forecasting Techniques and Control Charts for Traffic Anomaly Detection. Proceedings of the 19th ITC Specialist Seminar on Network Usage and Traffic, 2008.
- Peñabaena Niebles, Rita, Oviedo-Trespalacios, Óscar, Vásquez Cabeza, Juan Guillermo, & Fernández Cantillo, Laura Milena. (2013). Diseño estadístico de cartas de control para datos autocorrelacionados. *Ingeniería y Desarrollo*, 31(2), 291-315. Retrieved April 26, 2022, from http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0122-34612013000200007&lng=en&lng=es.
- Pulido, G. H., & Salazar, D. R. L. V. (2013). *Control Estadístico De La Calidad Y Seis Sigma* (3ª ed.). McGraw-Hill Interamericana de España S.L.
- Qiu, P. (2014). Statistical Process Control. In *Introduction to statistical process control* (pp. 6-8)., CRC/Taylor & Francis.
- Sengoz, N.Gonul. (2018). Control Charts to Enhance Quality. 10.5772/intechopen.73237.
- Seoh, Yee & Wong, Voon & Sirdari, Mahboobeh. (2021). A study on the application of control chart in healthcare. ITM Web of Conferences. 36. 01001. 10.1051/itm-conf/20213601001.
- What is Statistical Process Control?ASQ.* (n.d.). Recuperado Abril 16, 2022, de <https://asq.org/quality-resources/statistical-process-control#SQCvsSPC>
- Wardell, D.G., Moskowitz, H., & Plante, R.D. (1992). Control charts in the presence of data correlation. *Management Science*, 38(8), pp. 1084-1110
- Zachary G B. Stoumbos & Marion R. Reynolds Jr. (2000) Robustness to non-normality and autocorrelation of individuals control charts, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 66:2, 145-187, DOI: 10.1080/00949650008812019

Diana Carolina Cruz de Bustillo, Fernando José Gómez Paredes

Control estadístico de procesos en presencia de autocorrelación: Aplicación de gráficas de residuales de modelos de series de tiempo

Investigaciones UCA
2021 - 2022
Memoria bienal
Año 2, Vol. 2
Agosto 2023
p (166-173)
e-ISSN: 2789-4061