

**UN NUEVO METODO  
GRAFICO - ANALITICO PARA  
EL ANALISIS DEL  
FENOMENO DE  
RESONANCIA**

**Escribe:**

**RENE MAURICIO NUÑEZ**



## UN NUEVO METODO GRAFICO—ANALITICO PARA ANALIZAR EL FENOMENO DE RESONANCIA

El trabajo que a continuación se expone, fué desarrollado con la idea de obtener un método sencillo y fácil de comprender el análisis del fenómeno de resonancia y respuesta en frecuencia. Más aun, dicho método debía reunir las características de exactitud; como luego se podrá ver, el método ofrece una exactitud del 100%. No ha sido necesario hacer ninguna aproximación, siendo esta la principal ventaja sobre otros métodos. Otra ventaja es que los problemas a resolver utilizando dicha metodología son fáciles de programar en un lenguaje de computación digital, tal como el FORTRAN.

El método se desarrolló para exponerse en la clase de "Circuitos Eléctricos I", de la Universidad Centroamericana "José Simeón Cañas" y así cubrir en una forma más o menos extensa el fenómeno de la resonancia.

Las aplicaciones de esta metodología son amplias, como por ejemplo: Diseño de Amplificadores Electrónicos, Sistemas Radioreceptores, Sistema Radiotransmisores, Antenas, Respuesta en Frecuencia de Sistemas de Control, etc.

### EXPOSICION DEL METODO:

Consideremos un circuito serie RLC al cual se le aplica una fuente de voltaje alterno y de frecuencia variable (Figura 1.)

FIGURA 1



La expresión de la función de admitancia de este circuito a una frecuencia cualquiera  $\omega$ , expresada en la forma cartesiana es:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}} \quad \text{en donde } j = \sqrt{-1} \quad (1)$$

El autor es Ingeniero Electricista e Ingeniero Industrial por la Universidad de El Salvador, realizó su estudios de post-graduado en Inglaterra en la especialidad de Control Automático.

Actualmente es profesor de las materias: Circuitos Eléctricos 1 y 2, Control Automático y Mediciones Eléctricas.

multiplicando el numerador y denominador por  $\frac{j\omega}{L}$ , obtenemos:

$$\begin{aligned}
 Y(j\omega) &= \frac{\left(\frac{1}{L}\right)j\omega}{\left(\frac{R}{L}\right)j\omega + (j\omega)^2 - j\frac{j\omega}{\omega cL}} = \frac{\left(\frac{1}{L}\right)j\omega}{\left(\frac{R}{L}\right)j\omega + (j\omega)^2 + \left(\frac{1}{LC}\right)} \\
 &= \frac{1}{L} \cdot \frac{j\omega}{(j\omega)^2 + \left(\frac{R}{L}\right)j\omega + \frac{1}{LC}} \quad (2)
 \end{aligned}$$

El denominador de esta fracción se puede expresar en forma factorada en función de las raíces de este polinomio de segundo grado. Para obtener las raíces igualamos el denominador a cero:

$$(j\omega)^2 + \left(\frac{R}{L}\right)j\omega + \frac{1}{LC} = 0$$

luego las raíces serán:

$$r_{1,2} = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}}{2} = -\frac{R}{2L} \pm \left(\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$r_1 = -\frac{R}{2L} + \left(\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3) \quad y$$

$$r_2 = -\frac{R}{2L} - \left(\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Estas raíces dependiendo de los valores de R, L y C, pueden ser: reales iguales, reales desiguales o complejas conjugadas.

Si  $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$  tendremos raíces reales iguales;

Si  $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$  tendremos raíces reales desiguales;

Si  $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$  tendremos raíces complejas conjugadas,

Expresando la ecuación (2) en función de las raíces, obtenemos:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{L} \frac{j\omega}{\left[ j\omega - \left\{ -\frac{R}{2L} + \left( \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC} \right)^{1/2} \right\} \right] \left[ j\omega - \left\{ -\frac{R}{2L} - \left( \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC} \right)^{1/2} \right\} \right]} \quad (5)$$

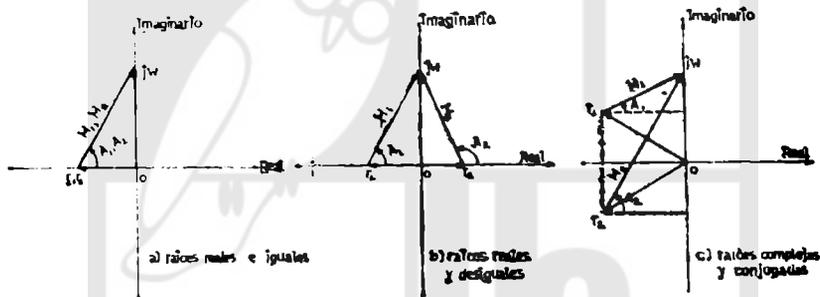
o también:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{L} \frac{j\omega}{(j\omega - r_1)(j\omega - r_2)} \quad (6)$$

En la ecuación (6) el término  $\frac{1}{L}$  es una cantidad real y constante; el término  $j\omega$  es un número imaginario que en el diagrama de Argand se representa por un vector sobre el eje imaginario y que va desde el origen hasta el punto W. El término  $(j\omega - r_1)$  es un número que puede ser: real, imaginario o complejo, que en el diagrama de Argand se representa por un vector que va del punto  $r_1$  al punto  $j\omega$ , ya que es el vector diferencia  $(\vec{oj\omega} - \vec{or_1})$ . Similamente  $(j\omega - r_2)$

Localizando las raíces en el diagrama de Argand y analizando los tres casos que pueden suceder, obtenemos los siguientes diagramas:

FIGURA 2



Luego la ecuación (6) la podemos escribir de la siguiente forma, si expresamos los vectores en forma exponencial.

$$Y(j\omega) = \frac{1}{L} \frac{e^{j90^\circ}}{e^{jA_1} e^{jA_2}} \quad (7)$$

en donde M es la magnitud y A es el ángulo medido en sentido positivo.

$$\therefore Y(j\omega) = \frac{1}{L} \frac{W}{M_1 M_2} e^{j(90^\circ - A_1 - A_2)} \quad (8)$$

La magnitud de la admitancia es

$$|Y(j\omega)| = \frac{W}{L M_1 M_2} \quad (9)$$

y el ángulo de admitancia es

$$X(j\omega) = 90^\circ - A_1 - A_2 \quad (10)$$

Para determinar la magnitud de la admitancia, basta con medir las magnitudes  $M_1$  y  $M_2$  con una escala graduada. Debemos tener cuidado de

utilizar la misma escala en el eje real como en el eje imaginario en el diagrama de Argand. Luego efectuamos la operación indicada por la ecuación (9).

Los ángulos  $A_1$  y  $A_2$  los medimos con un transportador\* y el ángulo de admitancia lo determinamos a partir de la ecuación (10).

Debemos tener el cuidado al calcular los valores para  $W = 0$ , de considerar la frecuencia, de magnitud cero pero sobre el eje imaginario (ángulo de  $90^\circ$ ).

Luego calculamos  $|Y(j\omega)|$  y  $X(j\omega)$  para diferentes frecuencias, desde  $W=0$  hasta  $W = \infty$ ; estos datos los tabulamos en la forma siguiente:

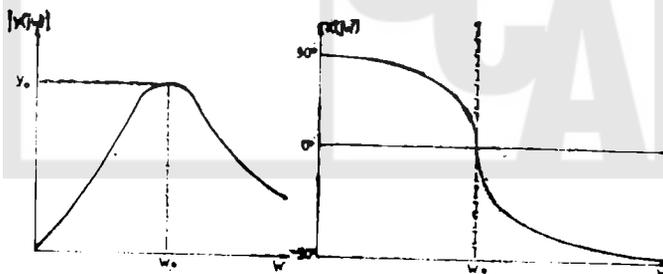
FIGURA 3

W	$M_1$	$M_2$	A	$A_1$	$ y(j\omega) $	$x(j\omega)$
radianes/seg	unidades	unidades	grados	grados	mmos	grados

Con los datos de esta tabulación, podemos obtener diversos gráficos de interés para nosotros tales como:

a) gráficos del valor absoluto de la admitancia contra la frecuencia y del ángulo de admitancia contra la frecuencia (diagramas de Nyquist).  
Figura 4

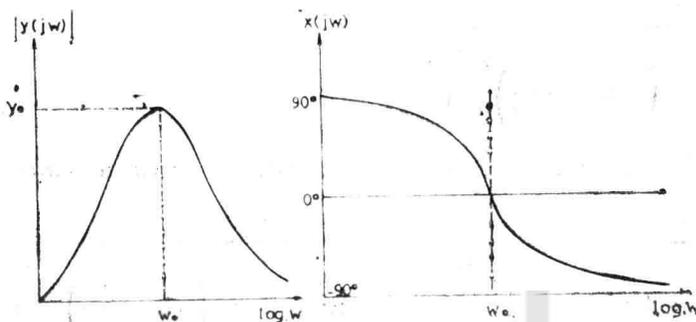
FIGURA 4



b) gráficos del valor absoluto de la admitancia contra el logaritmo de la frecuencia y del ángulo de admitancia contra el logaritmo de la frecuencia (Diagramas de Bode). Figura 5

\* El trabajo se simplifica grandemente si utilizamos una regla espiral.

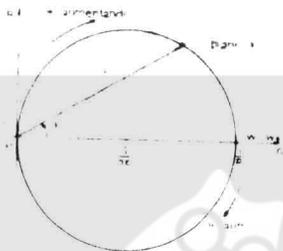
**FIGURA 5**



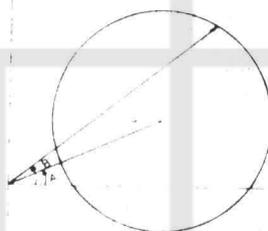
c) diagramas polares de la función de admitancia.

**Figura 6**

**FIGURA 6**



**FIGURA 7**



Eld iagrama polar de la función de admitancia (Fig. 6) es un gráfico de gran utilidad en el análisis de circuitos en resonancia. Conviene señalar que este gráfico es un círculo, lo cual podemos comprobar fácilmente, si comparamos la función de admitancia con la ecuación polar del círculo. (Ecuación 11)

$$r = 2R \cos(B-A) \tag{11}$$

**Demostración:**

Si demostramos que  $|Y| = \frac{1}{R} \cos X$  ó  $|Y|^2 = \frac{1}{R^2} \cos X$ , luego el diagrama polar será un círculo.

Escribamos la forma polar de la ecuación (1)

$$Y = \frac{1}{\left[ R^2 + \left( wL - \frac{1}{wc} \right)^2 \right]^{1/2}} - \tan^{-1} \frac{\left( wL - \frac{1}{wc} \right)}{R} \tag{12}$$

en donde  $X(jw) = - \tan^{-1} \frac{\left( wL - \frac{1}{wc} \right)}{R}$

El valor absoluto de la admitancia es:

$$|Y| = \frac{1}{\left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

Y, elevando al cuadrado para eliminar la raíz cuadrada tenemos que:

$$|Y|^2 = \frac{1}{\left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]} = \frac{1}{R^2 \left[ 1 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]} \quad (14)$$

Ahora demostraremos que, en la ecuación (14), (15)

$$\frac{1}{1 + \frac{\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}{R^2}} = \cos^2 X$$

En efecto:

$$\frac{1}{1 + \frac{\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}{R^2}} = \frac{1}{1 + \tan^2 X}$$

$$\text{ya que } (-\tan X)^2 = \tan^2 X = \frac{\left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}{R^2}$$

$$= \frac{1}{1 + \tan^2 X} = \frac{1}{\cos^2 + \sin^2 X} = \cos^2 X \quad (16)$$

puesto que  $\sin^2 X + \cos^2 X = 1$

Con lo cual queda demostrado que el diagrama polar de la función de admitancia es un semicírculo.

Fácilmente, podemos determinar la respuesta en frecuencia de la corriente, si consideramos que:

$$I \angle A_I = \frac{V \angle A_V}{Z \angle A_Z} \quad \text{expresados en la forma polar (A: ángulo asociado)} \quad (17)$$

Si tomamos el voltaje como referencia,  $A_V = 0^\circ$ ; luego la ecuación (17) se puede escribir

$$I \angle A_I = \frac{V \angle 0^\circ}{Z \angle A_Z} \quad (18)$$



o también 
$$Y(j\omega) = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{j\omega - r_1} \text{ en donde } r_1 = -\frac{R}{L} \quad (23)$$

En la ecuación (23) podemos ver que  $\frac{1}{L}$  es una cantidad real y positiva; el numerador es una cantidad real de magnitud uno y el denominador es un número que puede ser: real, imaginario o complejo; que en el diagrama de Argand se representa por un vector que va del punto  $r_1$  al punto  $j\omega$ , ya que es el vector diferencia ( $\overline{oj\omega - or_1}$ ). (Ver figura 10).

FIGURA 10

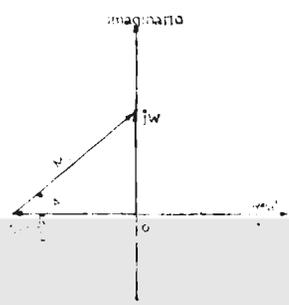
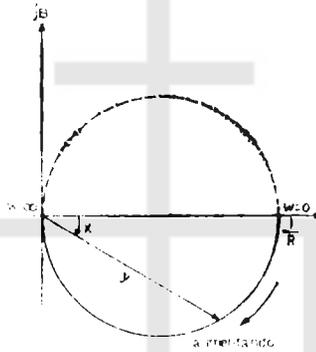


FIGURA 11



Luego la ecuación (23) la podemos representar en la siguiente forma:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{M_1 e^{jA_1}} \quad (24)$$

en donde  $M_1$  es la magnitud y  $A_1$  es el ángulo medido en sentido positivo.

$$\therefore Y(j\omega) = \frac{1}{LM_1} e^{-jA_1} \quad (25)$$

$$\therefore |Y(j\omega)| = \frac{1}{LM_1} \quad (26) \quad \text{y} \quad X(j\omega) = -A_1 \quad (27)$$

El diagrama polar de admitancia es un semicírculo, esto se puede demostrar en igual forma que para el circuito RLC.

Los puntos críticos se determinan a continuación:

La admitancia en la forma polar está dada por la ecuación:

$$Y(j\omega) = \frac{1}{[R^2 + (\omega L)^2]^{1/2}} \left| -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \right. \quad (28)$$

cuando  $W = 0$

$$|Y(j\omega)| = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{[R^2 + (\omega L)^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{[R^2 + (\lim_{\omega \rightarrow 0} \omega L)^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{R} \quad (29)$$

$$\angle Y(j\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} \angle (-A) = -0^\circ \quad (30)$$

cuando  $\omega = \infty$

$$|Y(j\infty)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{[R^2 + (\omega L)^2]^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{[R^2 + (\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega L)^2]^{\frac{1}{2}}} \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega L = 0 \quad (31)$$

$$\angle Y(j\infty) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \angle (-A) = -90^\circ \quad (32)$$

Y por lo tanto el diagrama polar será un semicírculo situado en el semiplano inferior del plano Y. (Ver figura 11).

Los gráficos de corriente los podemos obtener fácilmente, en forma similar que para el circuito serie RLC. A esta altura, conviene señalar que si la fuente es de corriente, pueden obtenerse gráficos de voltaje.

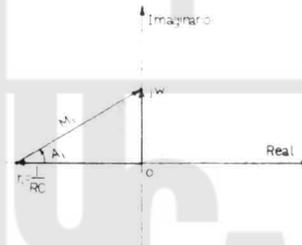
### Respuesta en frecuencia de un circuito serie RC

Consideremos el siguiente circuito: (ver figura 12).

FIGURA 12



FIGURA 13



$$Y(j\omega) = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad \text{multiplicando por } \frac{j\omega}{R} \quad (33)$$

$$\dot{Y}(j\omega) = \frac{\frac{j\omega}{R}}{j\omega + \frac{1}{RC}} = \frac{1}{R} \cdot \frac{j\omega}{j\omega - \left(\frac{1}{RC}\right)} \quad (34)$$

o también

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R} \frac{j\omega}{j\omega - r_1} \quad \text{en donde } r_1 = -\frac{1}{RC}$$

representando los términos de esta ecuación en el diagrama de Argand (ver figura 13), podemos escribir la ecuación (35) como

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R} \frac{we^{j90^\circ}}{M_1 e^{jA_1}} \quad (36)$$

$$Y(j\omega) = \frac{W}{RM_1} e^{j(90^\circ - A_1)} \quad (37)$$

$$\therefore |Y(j\omega)| = \frac{W}{RM_1} \quad \text{y } X(j\omega) = 90^\circ - A_1 \quad (38) \quad (39)$$

El diagrama polar de la función de admitancia es un semicírculo. Los puntos críticos se determinan a continuación:

Cuando  $W = 0$

$$\begin{aligned} |Y(j0)| &= \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{1}{\left[ R^2 + \left( \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]^{1/2}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{W}{\left[ W^2 R^2 + \left( \frac{1}{C} \right)^2 \right]^{1/2}} \\ &= \frac{\lim_{\omega \rightarrow 0} W}{\left[ \lim_{\omega \rightarrow 0} W^2 R^2 + \left( \frac{1}{C} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{0}{\frac{1}{C}} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

$$X(j0) = \lim_{A_1 \rightarrow 0} (90^\circ - A_1) = 90^\circ - \lim_{A_1 \rightarrow 0} A_1 = 90^\circ \quad (41)$$

cuando  $W = \infty$  (42)

$$|Y(j\infty)| = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\left[ R^2 + \left( \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{1}{\left[ R^2 + \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]^{1/2}} = \frac{1}{R}$$

$$X(j\infty) = \lim_{A_1 \rightarrow 90} (90^\circ - A_1) = 90^\circ - \lim_{A_1 \rightarrow 90} A_1 = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ \quad (43)$$

Luego el diagrama polar de la admitancia es un semicírculo situado en el semiplano superior del plano Y. (Ver figura 14).

FIGURA 14

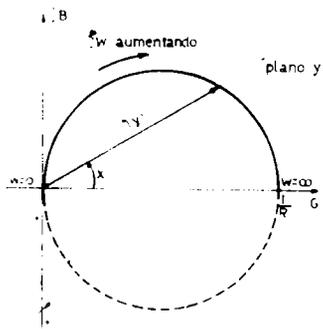
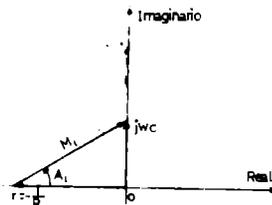


FIGURA 15



El método que hasta hasta ahora se ha expuesto es también adecuado para la obtención de gráficos de admitancia, corriente, voltaje etc. para variación de cualquiera de los parámetros del circuito (R, L ó C).

**Circuito RC: capacitancia variable:**

La función de admitancia es:

$$\begin{aligned}
 Y(c) &= \frac{1}{R + \frac{1}{jwC}} = \frac{jwC}{jwC + 1} = \frac{1}{R} \frac{jwC}{jwC + \frac{1}{R}} \\
 &= \frac{1}{R} \frac{jwC}{jwC - \left(-\frac{1}{R}\right)} \tag{44}
 \end{aligned}$$

o también

$$Y(c) = \frac{1}{R} \frac{jwc}{jwC - r_1} \text{ en donde } r_1 = -\frac{1}{R} \text{ y el cual será siempre } \tag{45}$$

una cantidad real.

Representando esta última ecuación en el diagrama de Argand (ver figura 15) podemos escribir la ecuación anterior así:

$$Y(c) = \frac{1}{R} \frac{wC e^{j90^\circ}}{M_1 e^{jA_1}} = \frac{wC}{RM_1} e^{j(90^\circ - A_1)} \tag{46}$$

$$\therefore |Y(c)| = \frac{wC}{R.M_1} \tag{47} \text{ y } X(c) = 90^\circ - A_1 \tag{48}$$

y los puntos críticos están dados por:

$$|Y(0)| = \lim_{wC \rightarrow 0} \frac{wC}{RM_1} = 0 \tag{49}$$

$$X(\omega) = \lim_{\substack{A \rightarrow 0 \\ M_1}} (90^\circ - A) = 90^\circ \quad (50)$$

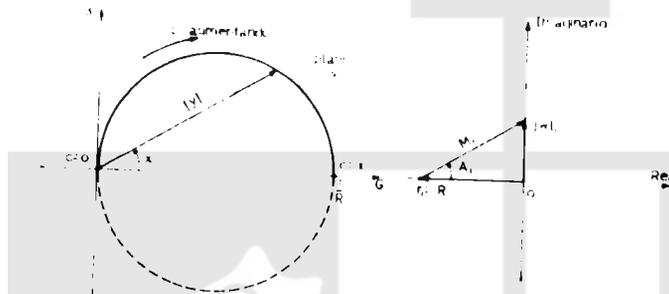
$$|Y(\infty)| = \lim_{\substack{\omega C \rightarrow \infty \\ M_1 \rightarrow \infty}} \frac{\omega c}{RM_1} = \frac{1}{R} \quad (51)$$

$$X(\infty) = \lim_{A \rightarrow 90^\circ} (90^\circ - A) = 0^\circ \quad (52)$$

Y el diagrama polar de admitancia es un semicírculo situado en el semiplano superior del plano Y. (Ver figura 16)

FIGURA 16

FIGURA 17



**Circuito RL: inductancia variable.**

La función de admitancia es:

$$Y(L) = \frac{1}{j\omega L + R} = \frac{1}{j\omega L - (-R)} \quad (53)$$

$$= \frac{1}{j\omega L - r_1} \quad \text{en donde } r_1 = -R \quad (54)$$

Localizando en el diagrama de Argand (ver figura 17)

Luego podemos escribir la ecuación (53) como

$$Y(L) = \frac{1}{M_1 e^{jA_1}} = \frac{1}{M_1} e^{-jA_1} \quad (55)$$

$$\therefore |Y(L)| = \frac{1}{M_1} \quad (56) \quad \text{y } X(L) = A_1 \quad (57)$$

los puntos críticos están dados por:

$$|Y(0)| = \lim_{M_1 \rightarrow R} \frac{1}{M_1} = \frac{1}{R} \quad (58)$$

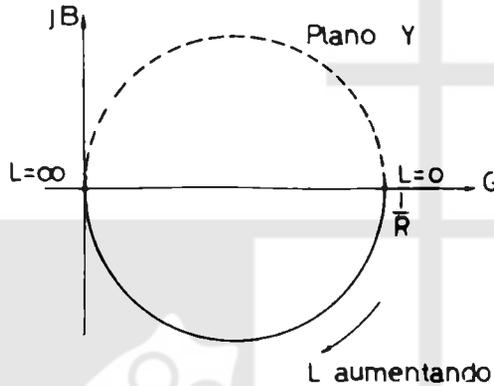
$$X(0) = \lim_{A_1 \rightarrow 0} A_1 = 0 \quad (59)$$

$$|Y(\infty)| = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M_1} = 0 \quad (60)$$

$$X(\infty) = \lim_{A_1 \rightarrow 90^\circ} A_1 = 90^\circ \quad (61)$$

Luego el diagrama polar de la función de admitancia será un semicírculo localizado en el semiplano inferior del plano Y. (Ver figura 18)

FIGURA 18



**Circuito RLC: capacitancia variable.**

La función de admitancia es:

$$Y(c) = \frac{1}{(R + j\omega L) + \frac{1}{j\omega C}} \quad \text{multiplicando por } \frac{j\omega C}{R + j\omega L}$$

$$= \frac{j\omega C}{R + j\omega L} \quad (62)$$

$$= \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}}$$

$$= \frac{1}{R + j\omega L} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C - \left(-\frac{1}{R + j\omega L}\right)} \quad (63)$$

$$= \frac{1}{R + j\omega L} \cdot \frac{j\omega C}{j\omega C - r_1} \quad \text{endonde } r_1 = -\frac{1}{R + j\omega L} \quad (64)$$

Interpretando gráficamente, la ecuación (63), en el diagrama de Argand, obtenemos: el término  $R + j\omega L$  es un vector que va del origen al punto  $(R, j\omega L)$ , cuya magnitud es  $M_1$  y su ángulo  $A_1$ . El término  $\frac{1}{R + j\omega L}$  es el inverso del vector anterior, luego su magnitud será  $\frac{1}{M_1}$  y su ángulo  $-A_1$ , y  $\frac{1}{R + j\omega L}$  equivale a desfasar  $180^\circ$  el vector, y obtendremos el vector cuya magnitud es  $\frac{1}{M_1}$  y el ángulo será de  $180^\circ - A_1$ .

El término  $j\omega C - \left( -\frac{1}{R + j\omega L} \right)$  será el vector dirigido del extremo del vector  $\left( -\frac{1}{R + j\omega L} \right)$  al punto  $\omega C$  este vector tiene de magnitud  $M_2$  y ángulo  $A_2$ . (Ver figura 19)

FIGURA 19

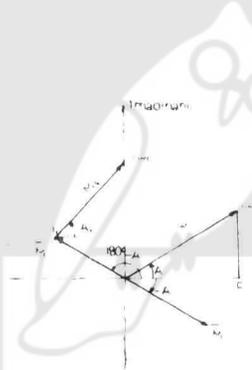
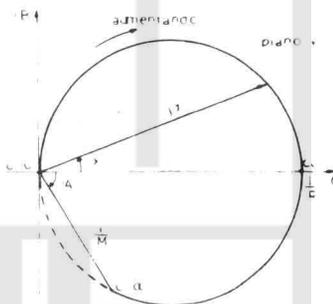


FIGURA 20



Luego la ecuación (63) ó (64) la podemos expresar como:

$$Y(c) = \frac{1}{M_1 e^{jA_1}} \cdot \frac{\omega C e^{j90^\circ}}{M_2 e^{jA_2}} \quad (65)$$

$$= \frac{\omega C}{M_2 M_1} e^{j(90^\circ - A_1 - A_2)} \quad (66)$$

$$\therefore |Y(c)| = \frac{\omega C}{M_1 M_2} \quad (67)$$

$$y \quad X(c) = 90^\circ - A_1 - A_2 \quad (68)$$

Los pntos críticos los obtenemos:

cuando  $C = 0$

$$|Y(0)| = \lim_{\substack{C \rightarrow 0 \\ w \rightarrow 0}} \frac{wC}{M_1 M_2} = 0 \quad (69)$$

$$X(0) = \lim_{\substack{C \rightarrow 0 \\ A_2 \rightarrow -A_1}} (90^\circ - A_1 - A_2) = 90^\circ - A_1 + A_1 = 90^\circ \quad (70)$$

cuando  $c = \infty$

$$|Y(\infty)| = \lim_{\substack{C \rightarrow \infty \\ wC \rightarrow \infty \\ M_2 \rightarrow \infty}} \frac{wC}{M_1 M_2} \quad \text{y como} \quad M_2 = wC \quad (71)$$

$$= \lim_{M_2 \rightarrow \infty} \frac{M_2}{M_1 M_2} = \frac{1}{M_1} \quad (72)$$

$$X(\infty) = \lim_{\substack{C \rightarrow \infty \\ A_1 \rightarrow 90^\circ}} (90^\circ - A_1 - A_2) = 90^\circ - A_1 - 90^\circ = -A_1 \quad (73)$$

Luego el diagrama polar de admitancia será un círculo como indica la Fig. 20.

En general, después del análisis que hemos hecho, podemos concluir que para hacer el gráfico de la función de admitancia, en el diagrama de Argand, y obtener la función de admitancia expresado en función de magnitudes de vectores y ángulos asociados, debemos expresar la función de admitancia en una forma tal como:

$$Y(v) = K \frac{f(v)}{(v-r_1)(v-r_2)}$$

en donde  $v$  es la variable  
 $k$  es una constante  
 $f(v)$  es una función de  $v$   
 $r_1$  es una raíz.

Este método es aplicable a circuitos en paralelo, pues como sabemos, la admitancia de ramas su paralelo es igual a la suma de las admitancias de cada rama y para obtener el gráfico de admitancia total basta sumar el gráfico de admitancia de cada rama.

**Ing. René Mauricio Núñez Suárez**